

Correction des exercices : exponentielle et logarithme

1. Exercice 9 :

Énoncé :

Résoudre l'équation

$$(E) \frac{8}{2}(e^x - e^{-x}) + \frac{17}{2}(e^x + e^{-x}) = 30$$

Correction :

$$(E) \frac{25}{2}e^x + \frac{9}{2}e^{-x} = 30$$

L'équation (E) est équivalente à l'équation (E') :

$$(E') : 25e^{2x} - 60e^x + 9 = 0$$

Posons $X = e^x$ (E') devient $25X^2 - 60X + 9 = 0$

$$\Delta = 2700$$

$$X_1 = \frac{6 - 3\sqrt{3}}{5}$$

$$X_2 = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{5}$$

X_1 et X_2 sont positives, donc :

$$e^x = \frac{6 - 3\sqrt{3}}{5}$$

$$e^x = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{5}$$

Donc (E) a deux solutions :

$$x = \ln(6 - 3\sqrt{3}) - \ln(5)$$

$$x = \ln(6 + 3\sqrt{3}) - \ln(5)$$